Desigualdad y heterogeneidad en el mercado de crédito

Hugo Vega*

El propósito de este trabajo es analizar los efectos de la heterogeneidad en el mercado de crédito (en la forma de factores de descuento subjetivo heterogéneos) sobre la desigualdad y el producto de estado estacionario. Se presenta un modelo de generaciones traslapadas en que los agentes se preocupan por el capital humano de su sucesor, además de su propia utilidad. El modelo muestra que la forma de la distribución del factor de descuento tiene un efecto sobre las desviaciones estándares de las variables de estado estacionario, pero no afecta la media. En particular, un mayor factor de descuento medio produce una desviación estándar más baja de la producción (lo que implica una menor desigualdad). Una mayor varianza en el factor de descuento tiene el efecto opuesto. Por lo tanto, la forma de la distribución en cuestión es relevante para el estudio de la desigualdad y la distribución del ingreso, pero no invalida el marco de agente representativo.

1 Introducción

El objetivo de este trabajo es estudiar los efectos de la heterogeneidad de los agentes en el equilibrio de estado estacionario de una economía de generaciones traslapadas (OLG, por sus siglas en inglés), en la cual

---

Revista de Economía y Derecho, vol. 10, nro. 37 (verano de 2013).

* Es candidato a doctor en Economía por la London School of Economics. Se desempeña como profesor de la Facultad de Economía de la UPC y trabaja como especialista en investigación en la Gerencia de Estudios Económicos del BCRP. Correo electrónico: hugo.vega@bcrp.gob.pe.

se divide la vida de los agentes en dos etapas. El tipo particular de heterogeneidad que enfocamos es el relacionado con la tasa/factor de descuento subjetivo. Aunque no es el único tipo de heterogeneidad que pueda surgir en un modelo de equilibrio general, es fundamental tanto para el mercado de crédito (ya que es un factor importante en la decisión de ahorro de los agentes) como para el grado de desigualdad en estado estacionario, donde juega un papel relevante. Modelar heterogeneidad en este componente particular de la toma de decisiones de un agente siempre ha presentado problemas en el pasado desde un punto de vista analítico.

En este trabajo se ataca el problema mediante la creación de un modelo con agentes heterogéneos, el cual no se puede resolver analíticamente. Por lo tanto, se procede a simular el modelo para un conjunto particular de parámetros y se analizan los efectos de los cambios en la distribución de la tasa de descuento subjetiva en los momentos (primero y segundo) de las variables en el estado estacionario. Se encuentra que la forma de la distribución no tiene efecto en los primeros momentos, pero tiene un impacto en las desviaciones estándares (y, por lo tanto, en la desigualdad).

Es un resultado conocido que la heterogeneidad en el factor de descuento en los modelos con agentes de vida infinita produce una distribución límite en que el agente más paciente posee todos los activos de la economía, mientras que el resto de agentes termina con cero activos. Intentos anteriores por mejorar este resultado han recurrido a la introducción de restricciones de crédito. Esto evita que los agentes impacientes tomen tanta deuda como les gustaría, pero surge un nuevo problema: todos los agentes, excepto el más paciente, terminan restringidos en el estado estacionario. Por lo tanto, se mantiene la desigualdad absoluta en equilibrio de largo plazo.

Una manera diferente de lidiar con el problema consiste en introducir tiempos de vida finitos. Estos son suficientes para generar un grado realista de desigualdad en estado estacionario. Lamentablemente, la mayoría de los estudios sobre heterogeneidad que han adoptado este enfoque no han podido incorporar los mercados de crédito (y, por lo tanto, la heterogeneidad en los factores de descuento). En este documento tratamos de llenar ese vacío y estudiar los efectos de la heterogeneidad sobre la desigualdad de estado estacionario (ya que encontramos que no tiene ningún efecto sobre el crecimiento y/o el nivel del producto). Elegimos abstraer el análisis de los mercados de crédito imperfectos, ya que estos complicarían innecesariamente el modelo y un mercado de crédito perfecto proporciona un buen punto de referencia.

La inclusión explícita del mercado de crédito implica un nuevo espacio en el cual los agentes pueden interactuar, además del enfoque usual de economía política donde la votación mayoritaria respecto al nivel de redistribución es el único canal por intermedio del cual las decisiones del agente i afectan las del agente j. Curiosamente, eliminar el componente redistributivo del modelo implica que no existe *trade off* de corto plazo entre crecimiento y desigualdad, una característica común en otros estudios.

El documento se divide en seis secciones. La sección II presenta una breve reseña de la literatura relacionada con el tema en cuestión. En la sección III se introduce el modelo, y en la sección IV se presentan los resultados derivados del mismo. En la sección V se analizan algunos de los resultados y la sección VI concluye.

2 Literatura relacionada

El debate sobre los efectos de la heterogeneidad se remonta a la concepción del modelo de agente representativo.

Caselli y Ventura (2000) extienden el modelo de Ramsey para estudiar diversas formas de heterogeneidad y su principal conclusión es que esta no invalida el supuesto de agente representativo. Sin embargo, ellos no introducen heterogeneidad en las tasas de descuento subjetivas, las cuales sí representan un problema en el marco del modelo de Ramsey, dado el supuesto de horizonte infinito.

El problema con las tasas de descuento heterogéneas se puso en relieve por primera vez en el análisis de equilibrio internacional de economías abiertas l basadas en el modelo de Ramsey. En esta especificación, el país con el mayor grado de "paciencia" termina siendo el dueño del acervo de capital mundial, mientras que los demás países no poseen activos y pagan todos sus ingresos como intereses al primero.

Los primeros intentos por mejorar este resultado reñido con la intuición y la realidad recurrieron a la introducción de restricciones al crédito, resultando en un equilibrio en el que todas las economías, excepto la más paciente, estaban restringidas en estado estacionario. La economía más paciente (que no enfrentaba limitaciones al crédito) lograba así convergencia instantánea a su nivel de capital de estado estacionario.

Así, se hizo evidente que el supuesto de agente con horizonte infinito generaba algunos problemas cuando se introduce heterogeneidad.

Modelos en la misma línea que el que presentamos aquí se remontan a Tamura (1991), que desarrolló un modelo de crecimiento endógeno en el que había convergencia de ingresos en estado estacionario. Más adelante, Glomm y Ravikumar (1992) llegarían al mismo resultado analizando los efectos de un sistema de educación público (que implica redistribución en cierto sentido) *versus* uno privado. En ambos modelos no existe relación de largo plazo entre la desigualdad y el crecimiento, y no hay un mercado de crédito explícito.

Glomm y Ravikumar (1994) generan una relación de corto plazo entre la desigualdad y el crecimiento en un modelo en el que el crecimiento es impulsado por la inversión del sector público en investigación y desarrollo (R&D, por sus siglas en inglés). La desigualdad de largo plazo es todavía independiente del crecimiento, aunque estos autores apuntan a la posibilidad de que aquella se relacione con la heterogeneidad en la productividad de los agentes.

Bénabou (2002) y (2004) ofrece una descripción más rica de los determinantes de la desigualdad a largo plazo, pero no llega a incorporar heterogeneidad en el factor de descuento subjetivo. Este autor proporciona un modelo de generaciones traslapadas con agentes que viven un periodo, lo que imposibilita la aparición de un mercado de crédito. Es interesante señalar, sin embargo, que Bénabou obtiene una relación de largo plazo entre el crecimiento y la desigualdad a través de la redistribución. Básicamente, una sociedad más desigual elige una tasa impositiva más alta (la cual se determina por mayoría de votos) y esto tiene un impacto negativo sobre el crecimiento. Nuestro modelo se basa en gran medida en el trabajo de Bénabou, con algunas diferencias clave.

3 El modelo

El modelo se sustenta en Bénabou (2002) y (2004), las diferencias principales consisten en la introducción explícita de un mercado de crédito que lidia con los factores de descuento subjetivo heterogéneos, la eliminación de los impuestos y el componente de economía política que conllevan, y la separación de la vida del agente en dos etapas para generar ahorros.

Los agentes viven dos periodos. Ellos producen y consumen en cada etapa. La producción en cada periodo ocurre según:

$$y^i_{1t} = z^i_t (k^i_t)^\gamma (l^i_{1t})^\delta \quad (1)$$

$$y^i_{2t+1} = z^i_t (k^i_t)^\gamma (l^i_{2t+1})^\delta \quad (2)$$

Donde y^i_{1t} corresponde a la producción del agente i en la primera etapa de su vida (que tiene lugar en el periodo t) y y^i_{2t+1} es su producción durante la segunda etapa. El agente i "hereda" capital humano k^i_t de su antecesor y hace una elección trabajo/esfuerzo (l^i_{1t}, l^i_{2t+1}) en ambas etapas. La variable z^i_t refleja la productividad individual. El capital humano evoluciona según:

$$k^i_{t+1} = \kappa \xi_{t+1} (k^i_t)^\alpha (e^i_t)^\varphi \quad (3)$$

El capital humano de la próxima generación es el resultado de la inversión en educación de su predecesor (e^i_t), su capital humano (k^i_t) y la capacidad del sucesor para absorber el capital humano (ξ^i_{t+1}). El parámetro de escala (κ) se puede utilizar para generar crecimiento endógeno sustituyéndolo por un *spill over* del conocimiento de toda la economía por ejemplo.

El agente i se enfrenta a una restricción de dos periodos así:

$$y^i_{1t} + \frac{y^i_{2t+1}}{1+r_t} = c^i_{1t} + \frac{c^i_{2t+1}}{1+r_t} + e^i_t \quad (4)$$

Donde (c^i_{1t}, c^i_{2t+1}) se refieren al consumo en cada etapa y r_t es la tasa de interés que enfrentan en el mercado de crédito. Implícitamente, la ecuación (4) asume un mercado de crédito perfecto donde el agente puede optar por pedir prestado contra sus ingresos futuros o ahorrar parte del ingreso del primer periodo para generar más consumo futuro. Además, se asume que la educación del sucesor toma lugar en la primera etapa de la vida útil del predecesor, algo que influirá en la definición de utilidad.

Se asume que el agente maximiza la función de utilidad siguiente:

$$U_t = (1-\rho)[\ln c^i_{1t} - (l^i_{1t})^\eta + \beta^i (\ln c^i_{2t+1} - (l^i_{2t+1})^\eta)] + \rho \ln E_t[\mathrm{k}^i_{t+1}] \quad (5)$$

Así, ρ determina el grado de preocupación por el capital humano del sucesor (e, indirectamente, su nivel de ingresos) en relación con el consumo propio, η determina la elasticidad intertemporal de sustitución de la mano de obra y β^i es el factor de descuento del agente. Tenga en cuenta que existe una interpretación alternativa para β^i: este captura la importancia relativa del consumo y el trabajo del segundo periodo en la utilidad. Así, un beta superior debe implicar un menor consumo en el primer periodo y menos gasto en educación también, *ceteris paribus* (permaneciendo el resto constante).

Las condiciones de primer orden para el problema son:

$$\frac{c^i_{2t+1}}{c^i_{1t}} = \beta^i(1+r_t) \quad (6)$$

$$e^i_t = \frac{\rho\varphi}{1-\rho}\, c^i_{1t} \quad (7)$$

$$\frac{l^i_{2t+1}}{l^i_{1t}} = (\beta^i(1+r_t))^{\frac{-1}{\eta-\delta}} \quad (8)$$

$$c^i_{1t}(l^i_{1t})^{\eta} = \frac{\delta}{\eta}\, z^i_t(k^i_t)^{\gamma}\,(l^i_{1t})^{\delta} = \frac{\delta}{\eta}\, y^i_{1t} \quad (9)$$

La ecuación (6) es la condición de Euler estándar para el consumo en dos periodos, es idéntica a la que aparece en otros modelos OLG. La ecuación (7) relaciona el gasto en educación al consumo de la primera etapa, la decisión se rige por ρ y el parámetro que mide la contribución de la educación al capital humano del sucesor (φ). Observe que estas dos ecuaciones muestran claramente que para un nivel dado de consumo en el segundo periodo c^i_{2t+1}, un beta más alto implica un menor consumo y educación en el primer periodo. El agente sustituye los gastos del primer periodo por un mayor consumo en el segundo periodo (esto implica que beta podría interpretarse como una medida de "egoísmo" también). La ecuación (8) se refiere a la sustitución entre el trabajo del primer y el segundo periodo. Es análoga a la ecuación (7) y establece que para una tasa de interés dada, mayor importancia relativa de la utilidad del segundo periodo implicará más esfuerzo/trabajo por parte del agente en el primer periodo (l^i_{1t}) siempre y cuando $\eta>\delta$ se cumpla. Finalmente, la ecuación (9) regula la decisión consumo-trabajo.

El sistema resultante se puede resolver analíticamente para cada una de las variables relevantes a una tasa de interés dada. Es más fácil (e ilustrativo) empezar identificando la decisión de trabajo en el primer periodo (l_{1t}^i).

$$(l_{1t}^i)^\eta = \left(1+\frac{1}{\Omega_t^i}\right)^{-1}\frac{\delta}{\eta}\left(\frac{(1+\beta^i)(1-\rho)+\rho\varphi}{1-\rho}\right);\ \Omega_t^i \equiv (\beta^i)^{\frac{\delta}{\eta\text{-}\delta}}(1+r_t)^{\frac{\eta}{\eta\text{-}\delta}} \quad (10)$$

Tenga en cuenta que el trabajo del agente en el primer periodo es creciente en beta. Como se dijo antes, a mayor peso de la utilidad del segundo periodo, mayor es el incentivo para trabajar en el primer periodo.

Esto determina el producto del primer periodo y nos permite resolver para el consumo del primer periodo y la inversión en educación:

$$c_{1t}^i = y_{1t}^i\left(1+\frac{1}{\Omega_t^i}\right)\left(\frac{1-\rho}{(1+\beta^i)(1-\rho)+\rho\varphi}\right) \quad (11)$$

$$e_t^i = y_{1t}^i\left(1+\frac{1}{\Omega_t^i}\right)\left(\frac{\rho\varphi}{(1+\beta^i)(1-\rho)+\rho\varphi}\right) \quad (12)$$

Así, el efecto de beta sobre el consumo y la educación no es evidente. Hay un efecto indirecto positivo (ya que incentiva el trabajo del primer periodo y, por lo tanto, aumenta el producto del primer periodo), pero, por otro lado, hay un efecto directo negativo debido a la sustitución en favor de un mayor consumo en el segundo periodo (y menos l_{2t+1}^itambién). Al final, es el efecto directo el que se impone y el consumo de la primera etapa y el gasto en educación son decrecientes en beta.

La ecuación (12) implica la regla de transición siguiente para el capital humano:

$$k_{t+1}^i = \upsilon\kappa\xi_{t+1}^i(z_t^i)^\varphi(k_t^i)^{\alpha+\gamma\varphi}\left[\left(1+\frac{1}{\Omega_t^i}\right)\left(\frac{\rho\varphi}{(1+\beta^i)(1-\rho)+\rho\varphi}\right)\right]^{\varphi\left(\frac{\eta\text{-}\delta}{\eta}\right)}$$

Donde: $\upsilon \equiv \left(\frac{\delta}{\eta(1-\rho)}\right)^{\frac{\delta\varphi}{\eta}}(\rho\varphi)^{\varphi}$ (13)

El capital humano de la próxima generación es decreciente en el factor de descuento de la generación actual. Cuanto mayor es el grado de preferencia por el consumo/ocio del segundo periodo, menor es el gasto en educación y, por lo tanto, menor es el capital humano para la próxima generación. Intuitivamente, los agentes prefieren ahorrar más para el próximo periodo y, por lo tanto, el tamaño de la torta restante a repartir entre consumo y gasto de educación del primer periodo es menor.

Para caracterizar el equilibrio del mercado de crédito, se define el ahorro neto como $s_t^i = y_{1t}^i - c_{1t}^i - e_t^i$, lo que implica:

$$s_t^i = y_{1t}^i\left[1-\left(1+\frac{1}{\Omega_t^i}\right)\left(\frac{1-\rho+\rho\varphi}{(1+\beta^i)(1-\rho)+\rho\varphi}\right)\right] \quad (14)$$

La función de ahorro depende positivamente de la tasa de interés y el factor de descuento subjetivo, ambos resultados confirman la intuición económica estándar.

La tasa de interés de equilibrio en la economía es la que limpia el mercado de crédito:

$$\sum_i s_t^i = 0 \quad (15)$$

En general, la ecuación (15) no se puede resolver analíticamente debido a que s_t^i es no lineal en β^i y la tasa de interés.

3.1 Beta homogéneo

El caso homogéneo puede ser caracterizado completamente de forma analítica y es muy ilustrativo. En particular, se asumirá homogeneidad en el sentido siguiente:

$$\beta^i = \beta; \quad \forall i \quad (16)$$

Dado un mismo beta para todos los agentes, la ecuación (15) tiene una solución muy simple, a saber:

$$1+r_t=\frac{\left(1+\dfrac{\rho\varphi}{1-\rho}\right)^{\frac{\eta-\delta}{\eta}}}{\beta} \qquad (17)$$

En primer lugar, la tasa de interés es decreciente en beta. Cuanto mayor sea la oferta de ahorros/fondos (que es creciente en beta como se ha mencionado antes), menor es la tasa de interés necesaria para equilibrar el mercado. Además, cuanto mayor sea el nivel de ρ y φ, mayor será la tasa de interés. Cuando hay un mayor peso asignado al capital humano del sucesor en la función de utilidad, hay una mayor demanda de educación y, por lo tanto, una menor oferta de ahorros en el mercado de crédito. El mismo principio se aplica a un aumento de la contribución de la educación a la formación de capital humano de la próxima generación.

La ecuación (17) implica que los ahorros netos son iguales a cero para todos los agentes. De hecho, es la única manera de lograr el equilibrio en el caso homogéneo: encontrar el nivel de la tasa de interés que hace que la ecuación (14) iguale a cero.

Usando la ecuación (17) en (10), (11) y (12), es fácil demostrar que

$$(l_{1t}^{i})^{\eta}=\frac{\delta}{\eta}\left(\frac{1-\rho+\rho\varphi}{1-\rho}\right) \qquad (18)$$

$$c_{1t}^{i}=y_{1t}^{i}\left(\frac{1-\rho}{1-\rho+\rho\varphi}\right) \qquad (19)$$

$$e_{t}^{i}=y_{1t}^{i}\left(\frac{\rho\varphi}{1-\rho+\rho\varphi}\right) \qquad (20)$$

En el caso homogéneo, el equilibrio del mercado de crédito implica que todas las decisiones individuales son independientes de beta. La tasa de interés responde a los cambios en beta, pero esto no tiene efectos reales: dado que el ahorro es siempre igual a cero, todas las demás variables (la mano de obra, la producción, el consumo y el gasto en educación) permanecen inalteradas también. Si todos los agentes en el mercado de crédito aumentan su oferta de ahorro al mismo tiempo, la tasa de interés cae; pero la asignación sigue siendo la misma.

Reemplazando la ecuación (20) en (3) se obtiene:

$$k_{t+1}^{i} = \phi\kappa\xi_{t+1}^{i}(z_t^i)^{\varphi}(k_t^i)^{\alpha+\gamma\varphi};\ \phi = \left(\frac{\delta}{\eta}\left(\frac{1-\rho+\rho\varphi}{1-\rho}\right)\right)^{\frac{\delta\varphi}{\eta}}\left(\frac{\rho\varphi}{1-\rho+\rho\varphi}\right)^{\varphi} \quad (21)$$

Tomando logaritmos de la ecuación (21),

$$\ln k_{t+1}^{i} = \ln(\phi\kappa)+\ln\xi_{t+1}^{i}+\varphi\ln z_t^i+(\alpha+\gamma\varphi)\ln k_t^i \quad (22)$$

La nueva ecuación de transición de capital humano depende de la magnitud de una serie de parámetros (que se resumen en ϕ) y dos choques idiosincrásicos (la capacidad individual de absorber/generar capital humano y la productividad de los padres) como componentes exógenos. El capital humano de cualquier miembro particular de una dinastía depende de la historia de los choques que enfrentan sus predecesores con un mayor peso asignado a los más recientes.

Utilizar la ecuación (22) para elaborar una distribución de capital humano requiere de más supuestos. Los supuestos usuales consisten en modelar la capacidad de aprendizaje y la productividad individual como distribuciones logarítmicas normales con media 1:

$$\ln\xi_{t+1}^{i} \sim N(-\frac{\omega^2}{2}, \omega^2),\ \ln z_t^i \sim N(-\frac{\upsilon^2}{2}, \upsilon^2)$$

Además, se requiere que la distribución inicial de capital humano sea lognormal también con alguna media y varianza: $\ln k_0^i \sim N(m_0, \Delta_0^2)$.

Estos supuestos, junto con la ecuación (22), implican que k_1^i es lognormal también. El argumento puede ser repetido para todas las distribuciones futuras de k_1^i. En general, tendremos: $\ln k_t^i \sim N(m_t, \Delta_t^2)$. Es sencillo caracterizar la evolución de la media y la varianza de la distribución del capital humano. A saber:

$$m_{t+1} = \ln(\phi\kappa) - \frac{\omega^2+\varphi\upsilon^2}{2} + (\alpha+\gamma\varphi)m_t \quad (23)$$

$$\Delta_{t+1}^2 = \omega^2+(\varphi\upsilon)^2+(\alpha+\gamma\varphi)^2\Delta_t^2 \quad (24)$$

Las expresiones (23) y (24) son ecuaciones en diferencias de primer orden que se pueden resolver para obtener la distribución de estado estacionario del capital humano, siempre que la condición $\alpha+\gamma\varphi < 1$ se cumpla.

La tasa de convergencia depende únicamente de $\alpha + \gamma\varphi$, que captura el efecto total del capital humano de los padres en el de su hijo. Hay un efecto directo (α) dada la presencia del capital de los padres en la ecuación de transición (que se puede interpretar como la influencia de los padres en el desarrollo del capital humano del hijo) y un efecto indirecto ($\gamma\varphi$) debido a que un mayor nivel de capital humano de los padres implica un mayor producto/ingreso (γ), que se traducirá en un mayor gasto en educación para el hijo, elevando su nivel de capital humano (φ).

A partir de ahí, es sencillo recuperar la distribución del producto de cada periodo, dado que:

$$\ln y_{1t}^{i} = \frac{\delta}{\eta}\ln\left(\frac{\delta}{\eta}\left(\frac{1-\rho+\rho\varphi}{1-\rho}\right)\right) + \ln z_t^i + \gamma \ln k_t^i \qquad (25)$$

$$\ln y_{2t+1}^{i} = \frac{\delta}{\eta}\ln\left(\frac{\delta}{\eta}\right) + \ln z_t^i + \gamma \ln k_t^i \qquad (26)$$

Así, los ingresos en las dos etapas de la vida son lognormales también. Por otra parte, las ecuaciones (25) y (26) identifican una relación directa y positiva entre la desigualdad de ingresos (varianza) y la desigualdad del capital humano.

Lamentablemente, el ingreso total no es lognormal. Sin embargo, dada la distribución de estado estacionario del capital humano, es posible hallar la media del ingreso agregado en estado estacionario:

$$E[Y_\infty^i] = E[0{,}5y_{1\infty}^i + 0{,}5y_{2\infty}^i] = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{\eta}\right)^{\frac{\delta}{\eta}}\left(1+\left(\frac{1-\rho+\rho\varphi}{1-\rho}\right)^{\frac{\delta}{\eta}}\right)e^{\gamma m_\infty + \frac{\gamma^2}{2}\Delta_\infty^2} \qquad (27)$$

Es importante observar que beta no aparece en la distribución límite, esto puede rastrearse hasta la ecuación (17): cualquier cambio en beta afectará proporcionalmente a la tasa de interés, sin efectos adicionales.

3.2 Betas heterogéneos

El caso con betas heterogéneos no puede ser resuelto analíticamente. Para simular los resultados del modelo con heterogeneidad en el factor de descuento subjetivo, tendremos que hacer más supuestos con respecto a distribuciones. En particular,

$$\ln\zeta^i \sim N(\mu_\zeta^2, \sigma_\zeta^2); \quad \beta^i \equiv \frac{1}{1-\zeta^i} \qquad (28)$$

Dado que nuestro objetivo final es analizar los efectos de los cambios en la distribución del factor de descuento subjetivo sobre el estado estacionario del sistema, es importante tener una idea de la forma de la distribución de β^i y cuáles son los efectos de cambios en los parámetros $(\mu_\zeta, \sigma_\zeta^2)$.

El caso canónico será aquel con un beta anual de 0,96[1] y $\sigma_\zeta^2 = 1$. Teniendo en cuenta estos parámetros, la distribución de beta se muestra en la figura 1.

El análisis implica cambiar los parámetros $\mu_\zeta \in$ (-2.01, 2.56) (lo que implica $\beta \in$ (0,9, 0,995)) y $\sigma_\zeta \in$ (0,5, 1,45). El efecto de los cambios en esos dos parámetros en la distribución de beta se puede observar en las figuras 2 y 3.

Para enfocar el efecto que la heterogeneidad de beta tiene en el modelo, suponemos que es la única forma de heterogeneidad presente, estableciendo $\xi_{t+1}^i = z_t^i = 1; \quad \forall i$ y asumiendo que la distribución inicial de capital es completamente homogénea, con media igual a 1.

Para el resto de los parámetros, nos basamos en gran medida en Bénabou (2002), utilizando los valores siguientes:

Tabla 1
Valores de los parámetros

γ : Participación del capital humano en la producción	0,625
δ : Participación del trabajo/esfuerzo en la producción	0,375
α : Contribución del capital de los padres al capital del hijo	0,35
φ : Participación de la educación en el capital del hijo	0,4
κ : Productividad del "aprendizaje" para la economía en general	1
ρ : Peso relativo asignado al capital del hijo	0,4
η : Elasticidad de la oferta de trabajo	6

La simulación se hizo para sesenta periodos con una muestra aleatoria de 10 mil agentes por cohorte, asumiendo que cada etapa de la vida (periodo) es equivalente a 25 años. El factor de descuento subjetivo es i. i. d. a través de las generaciones; cada realización se genera a partir de la ecuación (28).

4 Resultados

Empezaremos mostrando los resultados para el caso canónico durante toda la simulación.

La figura 4 muestra el comportamiento de la tasa de interés. Fluctúa entre 0,3053 y 0,3058, lo que implica una tasa anual de 1,07 por ciento. Cada punto en el tiempo corresponde a la tasa de interés de equilibrio de una cohorte diferente. A pesar de que las muestras de β^i's se derivan de la misma distribución, cada realización es diferente y eso explica las pequeñas fluctuaciones observadas. Por lo tanto, para todo fin práctico, el comportamiento del interés es idéntico al del caso homogéneo, donde no se pueden observar variaciones significativas si no hay cambios en beta.

Las figuras 5 y 6 muestran la evolución de la media y la desviación estándar del capital humano, el producto, el consumo, el trabajo y la educación (para el primer periodo) a través del tiempo.

Refiriéndose a las medias, todas las variables parecen converger al estado estacionario bastante rápido (dada la distribución inicial arbitraria). Vale la pena señalar que la media del trabajo en el primer periodo no parece atravesar una etapa de transición significativa, lo que implica que los efectos de la distribución del capital en la decisión de trabajo (a través de la tasa de interés) son mínimos. Recordemos que, según la ecuación (10), el trabajo no depende directamente del nivel de capital humano. Por lo tanto, cualquier efecto, si lo hubiera, tendría que aparecer mediante la tasa de interés. Dado que esta última es más o menos constante durante el intervalo de simulación (o realiza una transición mínima que no puede ser observada), no hay ninguna razón para que la mano de obra atraviese una etapa de transición tampoco. Esto sugeriría que el equilibrio del mercado de crédito (representado por la tasa de interés) no se ve afectado por la distribución del capital humano, como en el caso homogéneo.

En cuanto a las desviaciones estándares, la principal sorpresa es que la desviación estándar del consumo del primer periodo en estado estacionario es más del doble que la del producto para el mismo periodo. Es decir, durante la primera etapa de la vida, la desigualdad del consumo es mucho mayor que la desigualdad de ingresos. Por otro lado, la desviación estándar de la educación es inferior a la del producto. Esto tiene origen en las ecuaciones (11) y (12) que establecen la relación entre los ingresos del primer periodo y los gastos en consumo y educación. Dada nuestra elección de parámetros, el consumo de la primera etapa tiene una varianza mayor que la del gasto en educación, ya que representa una fracción mucho mayor de los ingresos.

4.2 Los cambios en la distribución de beta

El primer resultado importante es que los cambios en la distribución de la beta, a través de la media o la desviación estándar, no tienen ningún efecto significativo sobre los niveles de estado estacionario de las variables en el modelo. En este sentido, la inclusión de beta heterogéneo no proporciona ninguna mejora significativa sobre el caso homogéneo.

Las figuras 7 y 8 muestran los efectos de los cambios en la media de la distribución (que se muestran en términos de beta anual y no la media verdadera, μ_ξ, para obtener una mejor idea de las magnitudes). La tasa de interés de estado estacionario es decreciente en beta promedio y va desde aproximadamente 0,93 por ciento hasta 1,3 por ciento en términos anuales. El paralelo con el caso homogéneo resulta evidente.

Las desviaciones estándares de estado estacionario del capital humano, el producto, el consumo, el trabajo y la educación del primer periodo se relacionan negativamente con la media de beta también. Por lo tanto, un mayor grado medio de "paciencia" en la economía conduce a una menor desigualdad. Esto es especialmente cierto para el consumo, que responde más que las otras variables a los cambios en la media de beta. Intuitivamente, cuanto mayor es el grado medio de paciencia (o importancia atribuida a la utilidad de la segunda etapa), la distribución se concentra más y más en una vecindad de la unidad (revise nuevamente la figura 2) y, por tanto, el grado de dispersión de los niveles de capital humano entre los agentes es menor lo que va en detrimento de la varianza del producto/ingreso (desigualdad). Así, un problema con los supuestos hechos con respecto a la distribución de beta es que conseguir un efecto media "puro" resulta casi imposible. Tenga en cuenta que el problema no surge del hecho que hemos asumido una distribución lognormal para la tasa de descuento. Es el requisito de que beta permanezca siempre entre 0 y 1, lo que complica el análisis.

Las figuras 9 y 10 muestran los efectos de los cambios en la desviación estándar (σ_ξ) de la distribución. La tasa de interés de estado estacionario responde positivamente a los cambios en sigma. Sin embargo, vale la pena señalar que el efecto sobre la tasa de interés es pequeño comparado con el de los cambios en la media (de hecho, el rango de variación es aproximadamente diez veces menor), lo que implicaría que una relación similar a la que se muestra en la ecuación (17) es probablemente válida para el caso heterogéneo también. Más interesante, sin embargo, es la observación de que las desviaciones estándares del capital humano y producto del primer periodo parecen tener una relación positiva (uno a uno), con sigma. La heterogeneidad en el factor de descuento parecería traducirse casi directamente a estas variables, después de un cambio de escala apropiado. Una vez más, el consumo del primer periodo responde más que proporcionalmente a los cambios en sigma mientras que la educación responde menos que proporcionalmente.

5 Discusión

El primer punto importante que abordaremos es que el modelo alcanza un nivel de desigualdad finito en estado estacionario. Dado que en nuestra simulación el único componente heterogéneo son los β^i's, esta desigualdad en estado estacionario debe ser un resultado directo de la distribución de beta y es afectada no solo por su desviación estándar, pero, más importante e inesperadamente, por su media. Tomar en cuenta la heterogeneidad en otros componentes del modelo durante la simulación debería afectar algunas de las magnitudes obtenidas, pero no los resultados cualitativos.

Por lo tanto, la heterogeneidad en beta es un componente importante de la desigualdad de estado estacionario y debe ser tomado en cuenta cuando se analizan problemas relacionados con la distribución. Sin embargo, la magnitud relativa de este factor (en comparación con la de otras fuentes de desigualdad) sigue siendo un problema. El caso homogéneo parece ser válido aun cuando el análisis se centra en la media de variables económicas relevantes.

El segundo punto que me gustaría mencionar es que no hay un *trade off* entre el producto (o el crecimiento si hubiésemos incluido un efecto *spill over* en la ecuación (3)) y la desigualdad. La desigualdad en el modelo es el resultado de la heterogeneidad de agentes y el nivel del producto está determinado por otros factores. Más aún, la distribución de beta no tiene efecto alguno en el nivel de producto, lo que implica que cualquier cambio en la misma es "suavizado" en el mercado de crédito: es decir, absorbido por la tasa de interés.

Como tercer punto, es importante abordar el comportamiento aparentemente discordante del consumo. Aparentemente, la dispersión relativamente grande en el consumo compensa la pequeña dispersión en la educación. Este resultado proviene de la ecuación (7). La desviación estándar del consumo de la primera etapa está ligada directamente a la de la educación y sus magnitudes relativas dependen de ρ y φ. Una mayor participación de la educación en la "producción" del capital humano del sucesor se traducirá en una mayor varianza de la educación en relación con la del consumo del primer periodo. Sin embargo, nótese que dado que las medias del consumo y la educación son diferentes también, sus varianzas no son directamente comparables.

Otro resultado interesante es que el comportamiento cualitativo del sistema no cambia si relajamos el supuesto de que los betas son i. i. d. a través de las generaciones. Incluso cuando hay correlación en el factor de descuento de los diferentes miembros de la dinastía, los niveles de estado estacionario de las variables son los mismos. El único efecto de un mayor grado de correlación es un aumento en el nivel de estado estacionario de la desigualdad de la economía. La intuición para este resultado puede obtenerse a partir de la ecuación (13). Es evidente que el nivel de capital humano depende de la historia de betas. Consideremos el caso de una correlación perfecta (todos los miembros de la dinastía comparten el mismo beta) frente al caso i. i. d. Si la dinastía *i* por casualidad tuvo un primer miembro muy impaciente (beta bajo), su capital humano empezaría por encima de la media. Si todos los futuros miembros de la dinastía tienen el mismo beta, entonces el capital humano de esa dinastía converge a algún estado estacionario, pero seguiría siendo superior a la media. Por el contrario, con betas i. i. d., esperaríamos que futuros miembros de la dinastía tengan factores de descuento más cercanos a la media, lo que implica que el capital humano en estado estacionario de una dinastía i. i. d. se acerca a la media también. Como resultado, la varianza del capital humano en estado estacionario para el caso i. i. d. es inferior a su homólogo perfectamente correlacionados. En general, cuanto mayor es la correlación a través de generaciones, mayor la varianza/desigualdad de estado estacionario. Aun así, vale la pena señalar que incluso para el caso perfectamente correlacionado la varianza de estado estacionario es finita; vidas finitas evitan que cualquier miembro particular de una dinastía acumule todos los activos de la economía.

Por último, es interesante señalar que el modelo predice que la menor desigualdad debería observarse en las economías más "pacientes" (en promedio) y homogéneas (en términos de la tasa de descuento subjetiva). Esta predicción parece ajustarse a la intuición, pero representa un desafío empírico.

6 Conclusiones

La conclusión principal de este ejercicio es que la forma de la distribución de beta tiene un papel importante en la determinación de la desigualdad de estado estacionario.

Un estudio interesante (que queda en la agenda) consistiría en descomponer la desigualdad de estado estacionario en sus componentes, para analizar su importancia relativa. Los diferentes tipos de heterogeneidad (factores de descuento subjetivos, productividad individual, capacidad de aprendizaje, etcétera) tienen un efecto sobre la desigualdad en estado estacionario, aunque su peso relativo continúa siendo un problema para futuras investigaciones.

Otro punto importante que falta en el análisis lo constituye la inclusión de capital físico. En el modelo estándar de generaciones trasladadas, el capital físico es propiedad de los agentes más "veteranos" en cada periodo. Lo venden a los jóvenes para consumir en el último periodo y mueren sin activos, mientras que los jóvenes lo utilizan como un medio de ahorro para su vejez. Hemos asumido agentes que producen en ambos periodos, lo que significa que pueden pedir prestado durante su juventud y pagar con el producto de la vejez. El mercado de crédito se limpia de manera intrageneracional. Este mecanismo sustituye esa función particular del capital físico en el modelo OLG estándar (un medio de transferencia de riqueza de la primera etapa de la vida hacia la segunda) y nos permite trabajar limpiando el mercado de crédito de forma explícita, haciendo seguimiento a la tasa de interés.

La función de producción utilizada en el modelo ignora el capital físico y eso implica que no hay demanda por inversión en el sentido habitual. Eso podría explicar las tasas de interés relativamente bajas obtenidos en la simulación. La incorporación de capital físico en la función de producción y la posibilidad de invertir en la primera etapa, con el fin de acumular un poco más para la segunda etapa, implicaría un nuevo motivo para participar en el mercado de crédito (además de la sustitución intertemporal) que podría ayudar a que los resultados del modelo se asemejen a lo que se observa en los datos. También abriría vías para la inclusión de herencias en términos de capital físico (y no solo humano).

Por último, las implicancias para una economía abierta con perfecta movilidad del capital son bastante sencillas. Tendríamos que hacer frente a una distribución de beta para todo el mundo y buscar un equilibrio del mercado de crédito internacional; sin embargo, las predicciones cualitativas del modelo serían las mismas.

Nota

1 Lo que implica $\mu_\xi = \ln(0{,}96^{-T} - 1) = 0{,}5736$ donde $T = 25$ es el número de años por periodo.

Bibliografía

Bénabou, R. (2002). "Tax and Education Policy in a Heterogeneous-Agent Economy: What Levels of Redistribution Maximize Growth and Efficiency?", *Econometrica*, Econometric Society, vol. 70 (2), pp. 481-517, marzo.

——— (2004). "Inequality, Technology, and the Social Contract", *NBER Working Papers* 10371, Oficina Nacional de Investigación Económica.

Casselli, F. y Ventura, J. (2000). "A Representative Consumer Theory of Distribution", *American Economic Review*, vol. 90, nro. 4, pp. 909-926, setiembre.

Glomm, Gerhard y Ravikumar, B. (1992). "Public versus Private Investment in Human Capital Endogenous Growth and Income Inequality", *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press, vol. 100 (4), pp. 813-834, agosto.

Glomm, Gerhard y Ravikumar, B. (1994). "Growth-Inequality Trade-Offs in a Model with Public Sector R&D", *Canadian Journal of Economics*, Canadian Economics Association, vol. 27 (2), pp. 484-493, mayo.

Tamura, R. (1991). "Income Convergence in an Endogenous Growth Model", *Journal of Political Economy*, vol. 99, nro. 3, pp. 522-540, junio.

Figura 1

Distribución de beta (μ_ζ = 0,57, σ_ζ^2 = 1)

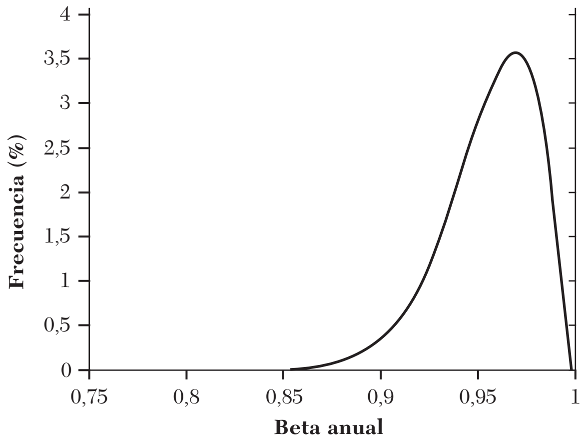


Figura 2

Efecto de los cambios en la media (σ_ζ^2 = 1)

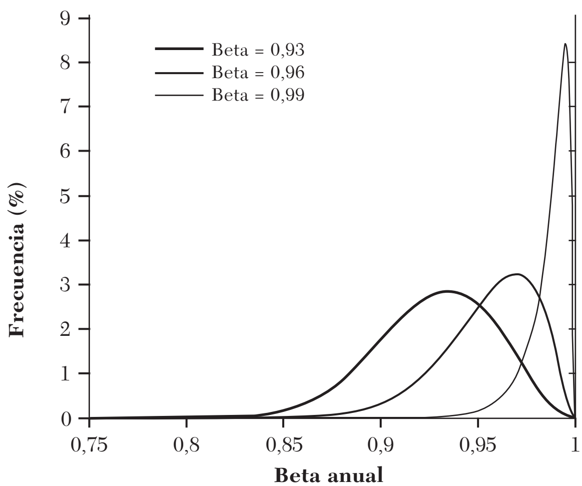


FIGURA 3
Efecto de los cambios en sigma (μ_ζ = 0,57)

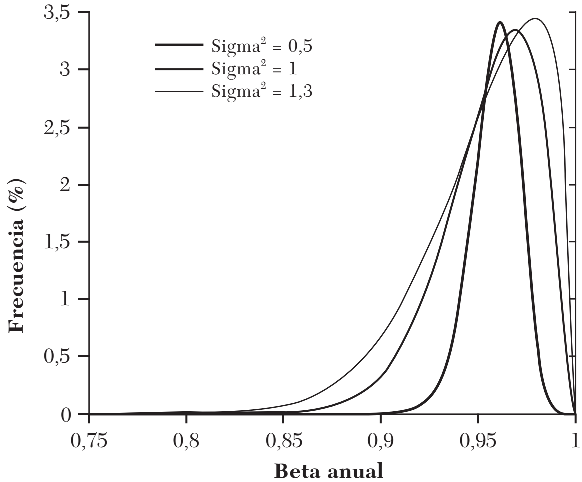


FIGURA 4
La tasa de interés de equilibrio

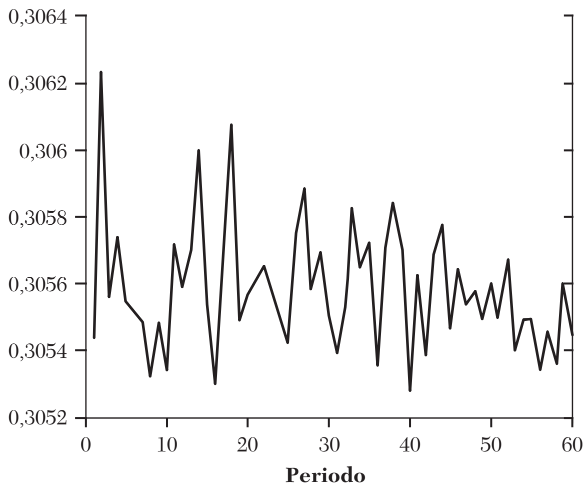


FIGURA 5

Evolución de las variables seleccionadas en el tiempo (media)

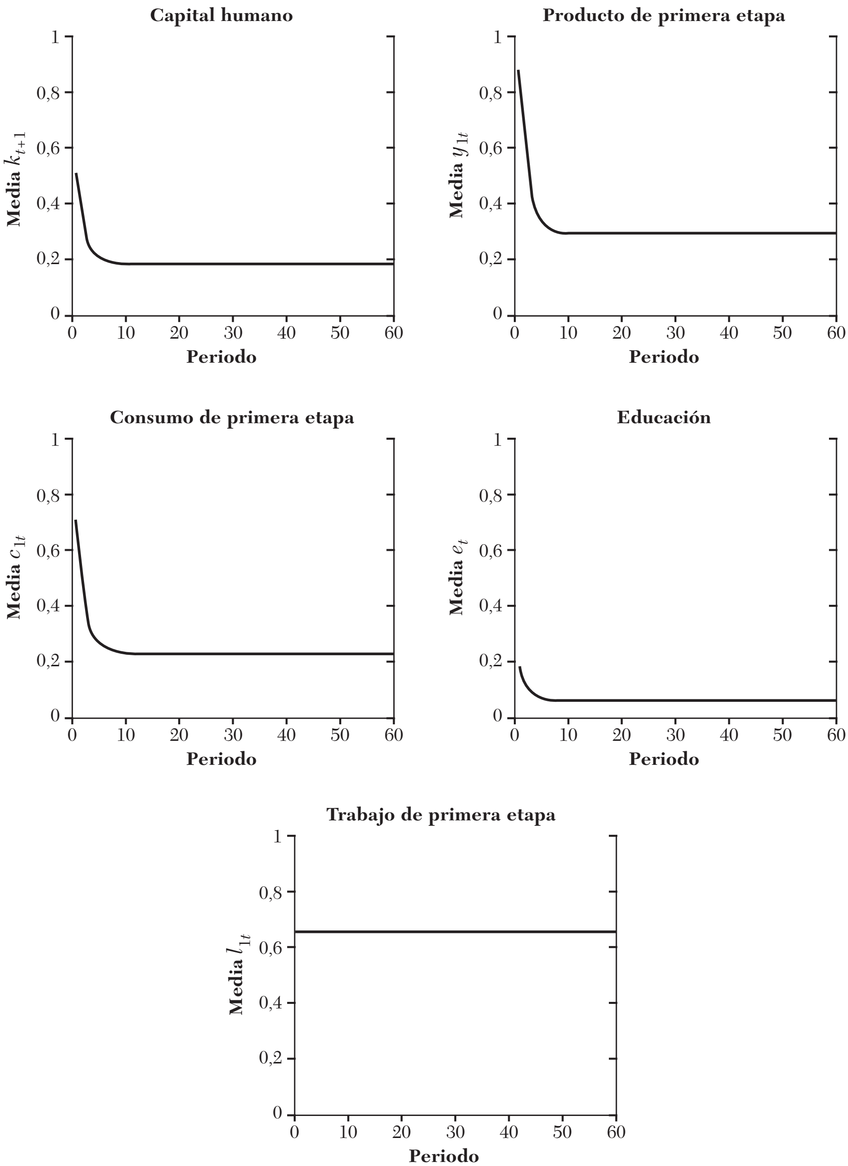


Figura 6
Evolución de las variables seleccionadas en el tiempo (desviaciones estándar)

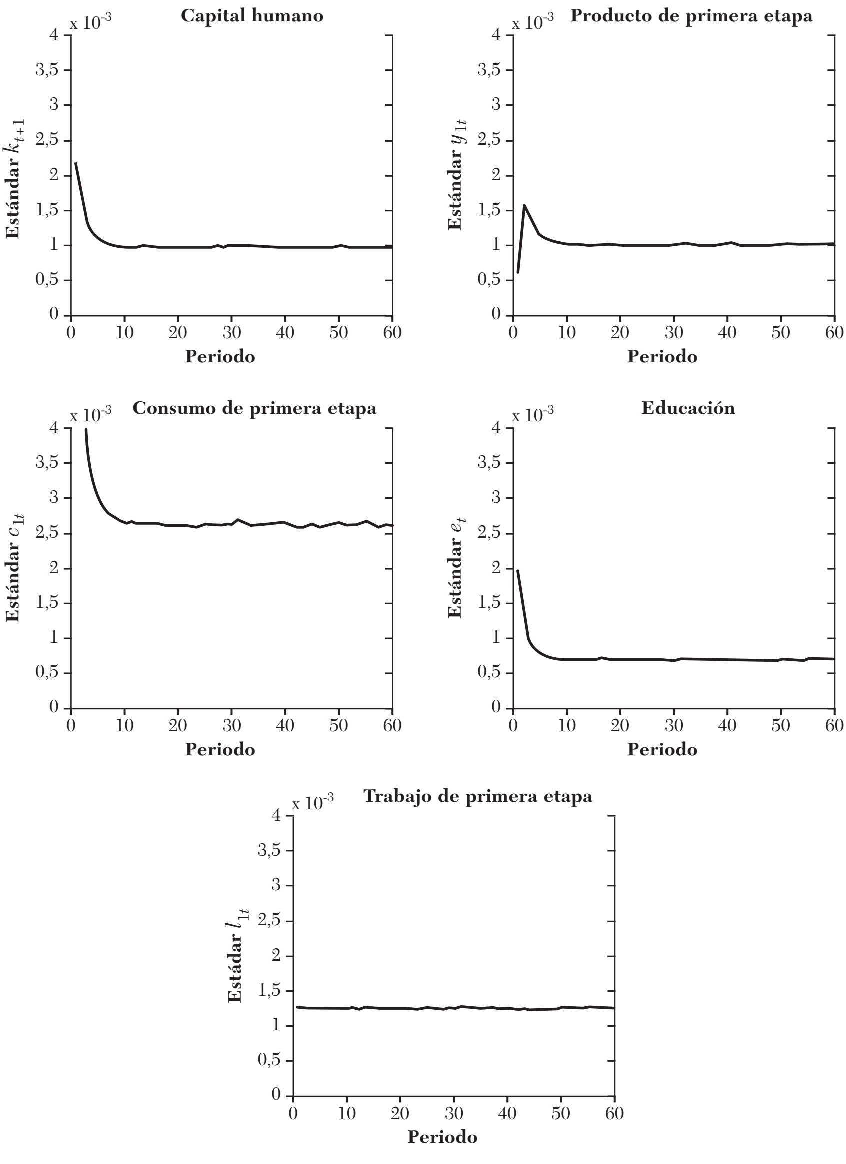


FIGURA 7

Tasa de interés de equilibrio en estado estacionario y beta promedio

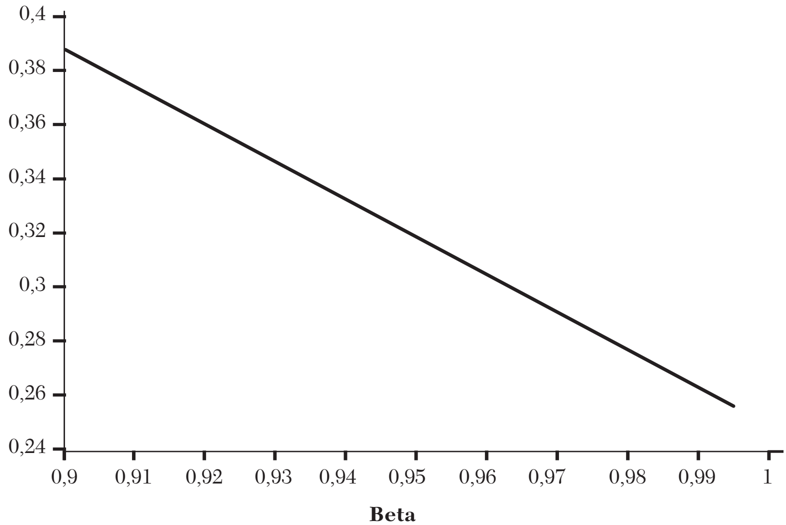
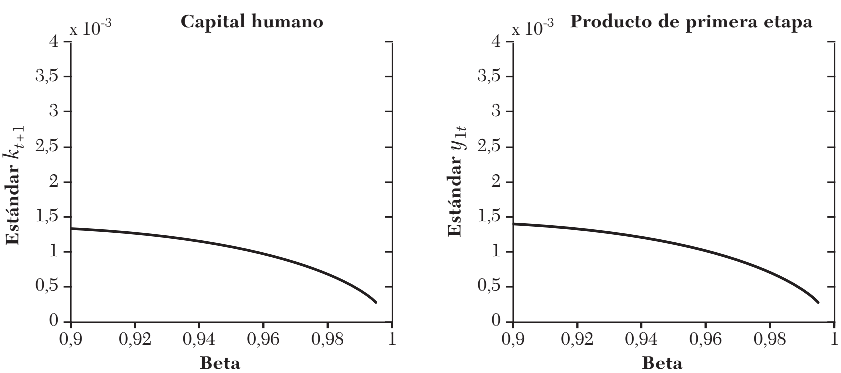


FIGURA 8

Desviaciones estándares de estado estacionario para variables seleccionadas *versus* beta promedio



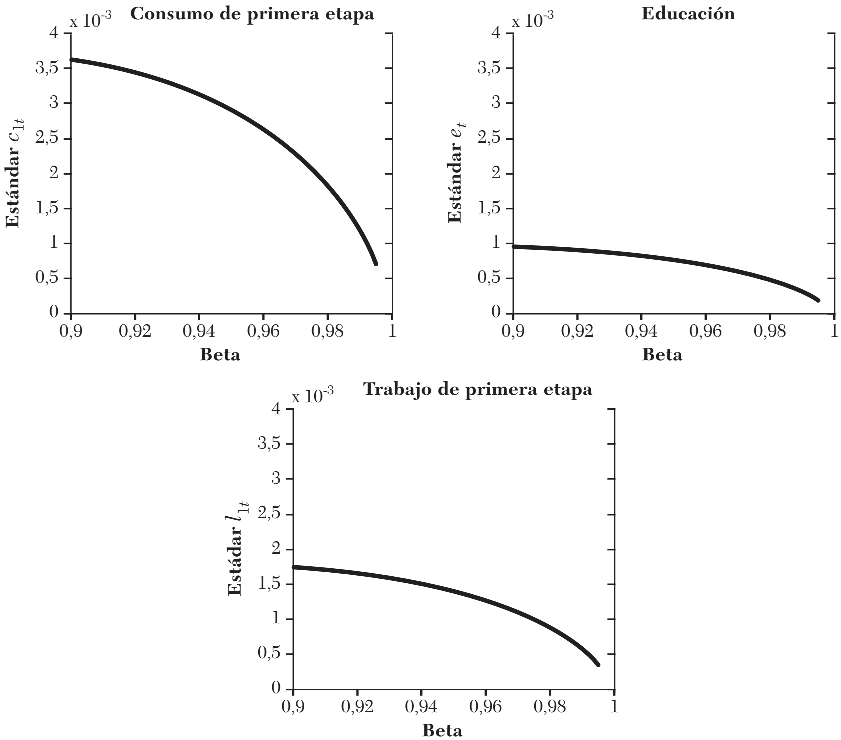


Figura 9

Tasa de interés de equilibrio en estado estacionario y sigma

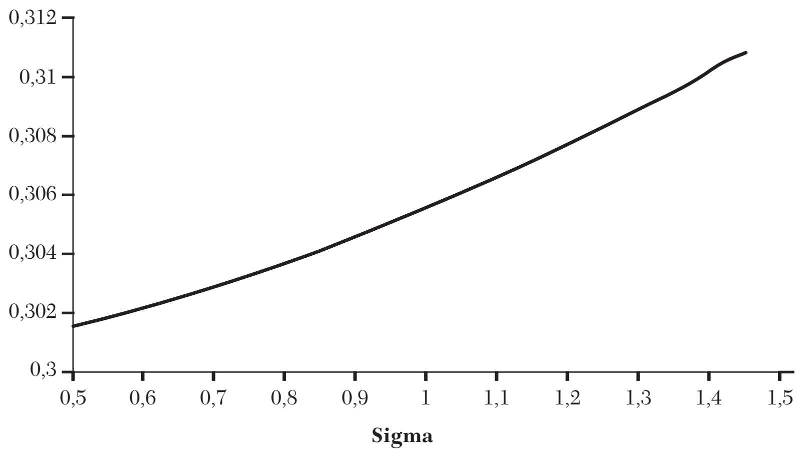


Figura 10

Desviación estándar de estado estacionario para variables seleccionadas *versus* sigma